

# Document made available under the Patent Cooperation Treaty (PCT)

International application number: PCT/JP05/002132

International filing date: 14 February 2005 (14.02.2005)

Document type: Certified copy of priority document

Document details: Country/Office: JP  
Number: 2004-055554  
Filing date: 27 February 2004 (27.02.2004)

Date of receipt at the International Bureau: 28 April 2005 (28.04.2005)

Remark: Priority document submitted or transmitted to the International Bureau in compliance with Rule 17.1(a) or (b)



World Intellectual Property Organization (WIPO) - Geneva, Switzerland  
Organisation Mondiale de la Propriété Intellectuelle (OMPI) - Genève, Suisse

日 本 国 特 許 庁  
JAPAN PATENT OFFICE

別紙添付の書類に記載されている事項は下記の出願書類に記載されている事項と同一であることを証明する。

This is to certify that the annexed is a true copy of the following application as filed with this Office.

出 願 年 月 日  
Date of Application: 2 0 0 4 年 2 月 2 7 日

出 願 番 号  
Application Number: 特 願 2 0 0 4 - 0 5 5 5 5 4

パリ条約による外国への出願  
に用いる優先権の主張の基礎  
となる出願の国コードと出願  
番号  
J P 2 0 0 4 - 0 5 5 5 5 4  
The country code and number  
of your priority application,  
to be used for filing abroad  
under the Paris Convention, is

出 願 人  
Applicant(s): T H K 株 式 会 社

2 0 0 5 年 4 月 1 3 日

特許庁長官  
Commissioner,  
Japan Patent Office

小 川



【書類名】 特許願  
【整理番号】 H16-007  
【提出日】 平成16年 2月27日  
【あて先】 特許庁長官 殿  
【国際特許分類】 G05B 19/00  
【発明者】  
    【住所又は居所】 東京都文京区本郷7-3-1 東京大学内  
    【氏名】 木村 文彦  
【発明者】  
    【住所又は居所】 山梨県甲府市羽黒町1013  
    【氏名】 牧野 洋  
【発明者】  
    【住所又は居所】 東京都品川区西五反田3丁目11番6号 THK株式会社内  
    【氏名】 松尾 芳一  
【特許出願人】  
    【識別番号】 390029805  
    【氏名又は名称】 THK株式会社  
【代理人】  
    【識別番号】 100083839  
    【弁理士】  
    【氏名又は名称】 石川 泰男  
    【電話番号】 03-5443-8461  
【手数料の表示】  
    【予納台帳番号】 007191  
    【納付金額】 21,000円  
【提出物件の目録】  
    【物件名】 特許請求の範囲 1  
    【物件名】 明細書 1  
    【物件名】 図面 1  
    【物件名】 要約書 1  
    【包括委任状番号】 9718728

【書類名】 特許請求の範囲

【請求項 1】

接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる 3 次元曲線（3 次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現し、この 3 次元曲線によって工具の運動を制御する数値制御方法。

【請求項 2】

3 次元クロソイドを以下の式で定義する請求項 1 に記載の数値制御方法。

【数 1】

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \int_0^s \mathbf{u} ds = \mathbf{P}_0 + h \int_0^S \mathbf{u} dS, \quad 0 \leq s \leq h, \quad 0 \leq S = \frac{s}{h} \leq 1 \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = E^{k\beta} E^{j\alpha} (\mathbf{i}) = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\alpha = a_0 + a_1 S + a_2 S^2 \quad (3)$$

$$\beta = b_0 + b_1 S + b_2 S^2 \quad (4)$$

ここで、

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

はそれぞれ、3 次元クロソイド曲線上の点の位置ベクトル、及びその初期値を示す。

始点からの曲線の長さを  $s$  とし、その全長（始点から終点までの長さ）を  $h$  とする。 $s$  を  $h$  で割った値を  $S$  で表わす。 $S$  は無次元の値であり、これを曲線長変数と呼ぶ。

$\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$  はそれぞれ、 $x$  軸、 $y$  軸、及び  $z$  軸方向の単位ベクトルである。

$\mathbf{u}$  は点  $P$  における曲線の接線方向を示す単位ベクトルであり、式 (2) によって与えられる。 $E^{k\beta}$  及び  $E^{j\alpha}$  は回転マトリクスであり、それぞれ、 $k$  軸まわりの角度  $\beta$  の回転及び  $j$  軸まわりの角度  $\alpha$  の回転を表わしている。前者をヨー (yaw) 回転、後者をピッチ (pitch) 回転という。式 (2) は、 $\mathbf{i}$  軸方向の単位ベクトルを、まず  $j$  軸まわりに  $\alpha$  だけ回し、しかるのちに  $k$  軸まわりに  $\beta$  だけ回すことによって、接線ベクトル  $\mathbf{u}$  が得られることを示している。

$a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  は定数。

【請求項 3】

接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる 3 次元曲線（3 次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現し、この 3 次元曲線によって工具の運動を制御する数値制御装置。

【請求項 4】

工具の運動を数値制御するために、  
コンピュータを、

接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる 3 次元曲線（3 次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現する手段として機能させるためのプログラム。

【請求項 5】

工具の運動を数値制御するために、  
コンピュータを、

接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる 3 次元曲線（3 次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現する手段として機能させるためのプログラム又はそのプログラムによる計算結果を記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体。

【請求項 6】

接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる 3 次元曲線（3 次元クロソイド曲線という）を用いて、工業製品の形状を設計することを特徴とする工業製品の設計方法。

【書類名】 明細書

【発明の名称】 数値制御方法及び装置、並びに工業製品の設計方法

【技術分野】

【0001】

本発明は、ロボット、工作機械、組立機械、検査機械などの作業機械（ロボット等という）における工具（ハンド等の把持部や各種のツールを含む）の運動を制御する数値制御方法及び装置に関し、特に工具の3次元的な運動を制御する数値制御方法及び装置に関する。

【背景技術】

【0002】

溶接、塗装、接着剤塗布などの数値制御を行うロボットにおいては、一般に入力図形は離散的な点列データとして入力される。したがって、連続的な図形を生成するには、なんらかの方法を用いて点列を補間する必要がある。

【0003】

任意に与えられた点列間を補間する方法としては、折れ線の角部を丸める方法やBスプライン補間、3次式スプライン補間などが知られているが、与えられた各点を厳密に通る補間法としては、3次式スプライン補間が知られている（非特許文献1参照）。

【0004】

しかし、3次式スプライン補間は、幾何学的意味を持たない独立変数を媒介変数として表現されているため、独立変数と曲線の幾何学的諸量との関係が不定である、という大きな欠点を持っている。この3次式スプライン補間は、始点からの移動距離と曲率の関係が複雑であり、線速度を一定に保つような制御には不向きである。

【発明の開示】

【発明が解決しようとする課題】

【0005】

2次元においては与えられた各点を通る補間方法として、クロソイド補間法が発明者らによって提案され、滑らかに補間できることが知られている（非特許文献2参照）。そこでクロソイド曲線を3次元に拡張し、自由点列の補間に用いれば、曲線の長さの関数として表されるクロソイド曲線の特徴より、線速度を一定に保ったり、線長に応じて変化させたりするような制御を容易に実現できると思われる。また、曲線長をパラメータとしているため、他の方法と違い、線長を後から求める必要もない利点もあり、クロソイド補間を3次元に拡張することは数値制御などの分野において有益であることが期待される。これまでにクロソイド曲線を3次元に拡張したものとしては、Liらの”3D Discrete Clothoid Splines”（非特許文献3参照）などが知られているが、式の形でクロソイド曲線を3次元に拡張したものは知られていない。式の形で拡張は、各値を容易に算出できる点で優位である。

【0006】

そこで本発明は、工具の運動を数値制御するために、独立変数に対する曲率変化パターンが単純な2次元クロソイド曲線の特性をできるだけ引き継ぐ新たな3次元クロソイド曲線の定義式を提供することを目的とする。

【0007】

【非特許文献1】 穂坂衛・佐田登志夫著，”統合化CAD/CAMシステム” オーム社、1997

【非特許文献2】 仇時雨，牧野洋，須田大春，横山恭男，”クロソイドによる自由曲線補間法”（日本ロボット学会誌8巻6号，pp40-47）

【非特許文献3】 Li Guiqing, Li Xianmin, Li Hua ”3D Discrete Clothoid Splines”，(CGI'01, pp321-324)

【課題を解決するための手段】

【0008】

以下、本発明について説明する。

【0009】

請求項1の発明は、接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる3次元曲線（3次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現し、この3次元曲線によって工具の運動を制御する数値制御方法により、上述した課題を解決する。

【0010】

請求項2の発明は、請求項1に記載の数値制御方法において、3次元クロソイドを以下の式で定義する。

【数2】

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \int_0^s \mathbf{u} ds = \mathbf{P}_0 + h \int_0^S \mathbf{u} dS, \quad 0 \leq s \leq h, \quad 0 \leq S = \frac{s}{h} \leq 1 \quad (1)$$

$$\mathbf{u} = E^{i\beta} E^{j\alpha} (\mathbf{i}) = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\alpha = a_0 + a_1 S + a_2 S^2 \quad (3)$$

$$\beta = b_0 + b_1 S + b_2 S^2 \quad (4)$$

ここで、

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{P}_0 = \begin{Bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

はそれぞれ、3次元クロソイド曲線上の点の位置ベクトル、及びその初期値を示す。

始点からの曲線の長さを  $s$  とし、その全長（始点から終点までの長さ）を  $h$  とする。 $s$  を  $h$  で割った値を  $S$  で表わす。 $S$  は無次元の値であり、これを曲線長変数と呼ぶ。

$\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$  はそれぞれ、 $x$  軸、 $y$  軸、及び  $z$  軸方向の単位ベクトルである。

$\mathbf{u}$  は点  $P$  における曲線の接線方向を示す単位ベクトルであり、式(2)によって与えられる。 $E^{k\beta}$  及び  $E^{j\alpha}$  は回転マトリクスであり、それぞれ、 $k$  軸まわりの角度  $\beta$  の回転及び  $j$  軸まわりの角度  $\alpha$  の回転を表わしている。前者をヨー(yaw)回転、後者をピッチ(pitch)回転という。式(2)は、 $\mathbf{i}$  軸方向の単位ベクトルを、まず  $j$  軸まわりに  $\alpha$  だけ回し、しかるのちに  $k$  軸まわりに  $\beta$  だけ回すことによって、接線ベクトル  $\mathbf{u}$  が得られることを示している。 $a_0$ 、 $a_1$ 、 $a_2$ 、 $b_0$ 、 $b_1$ 、 $b_2$  は定数。

【0011】

請求項3の発明は、接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる3次元曲線（3次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現し、この3次元曲線によって工具の運動を制御する数値制御装置である。

【0012】

請求項4の発明は、工具の運動を数値制御するために、コンピュータを、接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる3次元曲線（3次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現する手段として機能させるためのプログラムである。

【0013】

請求項5の発明は、工具の運動を数値制御するために、コンピュータを、接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる3次元曲線（3次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現する手段として機能させるためのプログラム又はそのプログラムによる計算結果を記録したコンピュータ読み取り可能な記録媒体である。

【0014】

請求項 6 の発明は、接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる 3 次元曲線（3 次元クロソイド曲線という）を用いて、工業製品の形状を設計することを特徴とする工業製品の設計方法である。

#### 【発明の効果】

##### 【0015】

本発明によれば、曲線の主変数が曲線長または曲線長変数であり、その接線方向のピッチ角及びヨー角がそれぞれ曲線長または曲線長変数の二次式で与えられるので、これを 1 回微分して得られる法線方向、および 2 回微分して得られる曲率が曲線長または曲線長変数に関して連続であることが保証される。言い換えれば、一つのクロソイド曲線の中では法線方向および曲率が連続である。したがって、滑らかで性質の良い曲線が得られ、力学的に無理のない速度変化を実現する数値制御方式が可能となる。

##### 【0016】

また、曲率変化パターンを制御できるという特徴を活かして、産業分野への多くの応用が考えられる。例えば意匠形状設計において、この汎用的な曲線設計法を有効に適用することができる。

#### 【発明を実施するための最良の形態】

##### 【0017】

以下本発明について、3 次元クロソイド曲線の定義と特徴、3 次元クロソイド曲線による補間法、3 次元クロソイド補間を用いた数値制御方法に分けて順次説明する。

##### 【0018】

#### 1. 3 次元クロソイド曲線の定義と特徴

##### (1) 3 次元クロソイドの基本式

クロソイド曲線 (Clothoid curve) は、別名コルニューの螺旋 (Cornu's spiral) と呼ばれ、曲線の長さに比例して曲率が変化する曲線である。

従来知られている 2 次元のクロソイド曲線は、平面曲線（2 次元曲線）の一種であり、図 2 に示される x y 座標上において、次式で表される。

##### 【数 3】

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \int e^{j\phi} ds = \mathbf{P}_0 + h \int_0^S e^{j\phi} dS, \quad 0 \leq s \leq h, \quad 0 \leq S = \frac{s}{h} \leq 1 \quad (1)$$

$$\phi = c_0 + c_1 s + c_2 s^2 = \phi_0 + \phi_v S + \phi_u S^2 \quad (2)$$

ここで、

$$\mathbf{P} = x + jy, \quad j = \sqrt{-1} \quad (3)$$

は曲線上の点を表わす位置ベクトル、

$$\mathbf{P}_0 = x_0 + jy_0 \quad (4)$$

は、その初期値 (始点の位置ベクトル) である。

$$e^{j\phi} = \cos\phi + j\sin\phi \quad (5)$$

は、曲線の接線方向を表わす単位ベクトル（長さが 1 のベクトル）であり、その方向  $\phi$  は原線（x 軸方向）から反時計まわりに測られる。この単位ベクトルに微小長さ  $ds$  をかけて積分すると曲線上の点  $P$  が求められる。

曲線に沿って測った曲線の始点からの長さを  $s$  とし、その全長（始点から終点までの長さ）を  $h$  とする。 $s$  を  $h$  で割った値を  $S$  で表わす。 $S$  は無次元の値であり、これを曲線長変数と呼ぶ。

クロソイド曲線の特徴は、式 (2) で示したように、接線方向角  $\phi$  が曲線長  $s$  または曲線長変数  $S$  の二次式で表わされることにある。 $c_0$ 、 $c_1$ 、 $c_2$  または  $\phi_0$ 、 $\phi_v$ 、 $\phi_u$  は二次式の係数であり、これら及び曲線の全長  $h$  をクロソイドのパラメータと呼ぶ。図 2 は一般的なクロソイド曲線の形状を示す。

以上の関係を 3 次元に拡張して、3 次元クロソイド曲線の式を作る。従来 3 次元クロソイド曲線を与える式は知られていなかったが、発明者らは初めてこれを導いた。

3 次元クロソイド曲線を以下の式で定義する。



【数 4】

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \int_0^s \mathbf{u} ds = \mathbf{P}_0 + h \int_0^S \mathbf{u} dS, \quad 0 \leq s \leq h, \quad 0 \leq S = \frac{s}{h} \leq 1 \quad (6)$$

$$\mathbf{u} = E^{k\beta} E^{j\alpha} (\mathbf{i}) = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & \sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\alpha = a_0 + a_1 S + a_2 S^2 \quad (8)$$

$$\beta = b_0 + b_1 S + b_2 S^2 \quad (9)$$

ここで、

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

はそれぞれ、3次元クロソイド上の点の位置ベクトル、及びその初期値を示す。 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ はそれぞれ、 $x$ 軸、 $y$ 軸、及び $z$ 軸方向の単位ベクトルである。

$\mathbf{u}$ は点 $P$ における曲線の接線方向を示す単位ベクトルであり、式(7)によって与えられる。式(7)において、 $E^{k\beta}$ 及び $E^{j\alpha}$ は回転マトリクスであり、図3に示されるように、それぞれ、 $k$ 軸( $z$ 軸)まわりの角度 $\beta$ の回転及び $j$ 軸( $y$ 軸)まわりの角度 $\alpha$ の回転を表わしている。前者をヨー(yaw)回転、後者をピッチ(pitch)回転という。式(7)は、 $\mathbf{i}$ 軸( $x$ 軸)方向の単位ベクトルを、まず $j$ 軸( $y$ 軸)まわりに $\alpha$ だけ回し、しかるのちに $k$ 軸( $z$ 軸)まわりに $\beta$ だけ回すことによって、接線ベクトル $\mathbf{u}$ が得られることを示している。

すなわち、2次元の場合は、曲線の接線方向を表す単位ベクトル $e^{j\phi}$ は、 $x$ 軸からの傾き角度 $\phi$ から得られる。3次元の場合は、曲線の接線ベクトル $\mathbf{u}$ は、ピッチ角 $\alpha$ 及びヨー角 $\beta$ から得ることができる。ピッチ角 $\alpha$ が0だと、 $xy$ 平面で巻いた2次元クロソイド曲線が得られ、ヨー角 $\beta$ が0だと、 $yz$ 平面で巻いた2次元クロソイド曲線が得られる。接線方向ベクトル $\mathbf{u}$ に微小長さ $ds$ をかけて積分すると3次元クロソイド曲線が得られる。

3次元クロソイド曲線においては、接線ベクトルのピッチ角 $\alpha$ 及びヨー角 $\beta$ はそれぞれ式(8)及び式(9)に示すように、曲線長変数 $S$ の2次式で与えられる。このことによって接線方向の変化を自由に選びながら、なおかつ、その変化に連続性を持たせることが可能になる。

以上の式によって示したごとく、3次元クロソイド曲線は「接線方向のピッチ角及びヨー角が、それぞれ曲線長変数の二次式で表わされる曲線である」と定義される。

$P_0$ から始まる一つの3次元クロソイドセグメントは、

【数 5】

$$a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2, h \quad (11)$$

の7個のパラメータによって決定される。 $a_0$ ないし $b_2$ の6つの変数は角度の単位を持ち、クロソイドセグメントの形状を表わしている。これに対し $h$ は長さの単位を持ち、クロソイドセグメントの大きさを表わしている。

【0 0 1 9】

(2) 動標構

式(7)において、基本接線方向ベクトル $\mathbf{i}$ の代りに基本座標系 $[\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}]$ を代入すると、次の動標構(moving frame)  $E$ を得る。

【数 6】

$$E = [\mathbf{u} \ \mathbf{v} \ \mathbf{w}] = E^{k\beta} E^{j\alpha} [\mathbf{i} \ \mathbf{j} \ \mathbf{k}] = E^{k\beta} E^{j\alpha} [I] = E^{k\beta} E^{j\alpha} \quad (12)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \beta \cos \alpha & -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha \\ \sin \beta \cos \alpha & \cos \beta & \sin \beta \sin \alpha \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} \cos \beta \cos \alpha \\ \sin \beta \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{v} = \begin{Bmatrix} -\sin \beta \\ \cos \beta \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{w} = \begin{Bmatrix} \cos \beta \sin \alpha \\ \sin \beta \sin \alpha \\ \cos \alpha \end{Bmatrix} \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{v}$  及び  $\mathbf{w}$  は曲線の接線に垂直な面に含まれる単位ベクトルであり、互いに直交するとともに、接線方向単位ベクトル  $\mathbf{u}$  と直交する。この3つの単位ベクトルの組（トライアド）は動点  $P$  とともに動くフレーム（座標系、標構）であり、これを動標構という。

動標構が上式で求められるため、主法線、副法線の計算が容易になり、曲線の形状解析が容易にできる。

また、 $E$  を用いて、ロボットの工具点の姿勢を求めることができ、ロボットハンドによって把持された物体の位置姿勢を求めることが可能になる。

$E$  の初値及び終値をそれぞれ  $E_0$ 、 $E_1$  とすると、

【数 7】

$$E_0 = E^{kb_0} E^{ja_0} \quad (14)$$

$$E_1 = E^{k(b_0+b_1+b_2)} E^{j(a_0+a_1+a_2)} \quad (15)$$

となる。

【0 0 2 0】

(3) ローリング

動標構を考慮することによって、3つ目の回転「ロール (roll)」を扱うことができる。ロールは接線方向まわりの回転である。ロールの存在は3次元クロソイド自身の形状には影響を与えないが、3次元クロソイドに誘導される動標構には影響する。曲がりくねった針金に通した算盤玉は、針金のまわりで自由に回転することができるが、そのことによって針金の形を変えるわけではない。

ロール回転を考慮するとき、動標構は下式となる。

【数 8】

$$E = E^{k\beta} E^{j\alpha} E^{i\gamma} I = E^{k\beta} E^{j\alpha} E^{i\gamma} \quad (16)$$

ロール角  $\gamma$  についても、これを  $S$  の関数として表現することができる。

【数 9】

$$\gamma = c_0 + c_1 S + c_2 S^2 \quad (17)$$

【0 0 2 1】

(4) 3次元クロソイド曲線の幾何学的性質

(a) 3次元クロソイド曲線の法線

3次元曲線の法線ベクトルは、接線方向ベクトル  $\mathbf{u}$  を用いて次の式で表されることが知られている。

【数 1 0】

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{u}'}{\|\mathbf{u}'\|} \quad (18)$$

ここで、(7)式より3次元クロソイド曲線の接線ベクトルの1次微分は下記となる。

$$\mathbf{u}'(S) = \begin{Bmatrix} -\alpha'(S) \cos \beta(S) \sin \alpha(S) - \beta'(S) \sin \beta(S) \cos \alpha(S) \\ -\alpha'(S) \sin \beta(S) \sin \alpha(S) - \beta'(S) \cos \beta(S) \cos \alpha(S) \\ -\alpha'(S) \cos \alpha(S) \end{Bmatrix} \quad (19)$$

$$\|\mathbf{u}'(S)\| = \sqrt{\alpha'(S)^2 + \beta'(S)^2 \cos^2 \alpha(S)}$$

すなわち、3次元クロソイド曲線の法線ベクトルは、Sを用いて下記の形で表される。

【数 1 1】

$$\mathbf{n}(S) = \frac{\mathbf{u}'(S)}{\|\mathbf{u}'(S)\|}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\alpha'(S)^2 + \beta'(S)^2 \cos^2 \alpha(S)}} \begin{Bmatrix} -\alpha'(S) \cos \beta(S) \sin \alpha(S) - \beta'(S) \sin \beta(S) \cos \alpha(S) \\ -\alpha'(S) \sin \beta(S) \sin \alpha(S) + \beta'(S) \cos \beta(S) \cos \alpha(S) \\ -\alpha'(S) \cos \alpha(S) \end{Bmatrix} \quad (20)$$

【0 0 2 2】

(b) 回転を用いた3次元クロソイド曲線の法線

ここで式(7)の接線uの決定と同様に法線nについても考えてみる。初期接線方向(1, 0, 0)に対して、初期法線方向を定数 $\gamma$ を用いて(0,  $\cos \gamma$ ,  $-\sin \gamma$ )で表わすとする。これを接線と同じように回転させると、法線nは下記のように表される。

【数 1 2】

$$\mathbf{n}(S) = \begin{bmatrix} \cos \beta(S) & -\sin \beta(S) & 0 \\ \sin \beta(S) & \cos \beta(S) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha(S) & 0 & \sin \alpha(S) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha(S) & 0 & \cos \alpha(S) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \cos \gamma \\ -\sin \gamma \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$= \begin{Bmatrix} -\sin \gamma \cos \beta(S) \sin \alpha(S) - \cos \gamma \sin \beta(S) \\ -\sin \gamma \sin \beta(S) \sin \alpha(S) + \cos \gamma \cos \beta(S) \\ -\sin \gamma \cos \alpha(S) \end{Bmatrix}$$

(20) (21)の式を比較すると、 $\sin \gamma$ ,  $\cos \gamma$ は下記に対応していることがわかる。

【数 1 3】

$$\sin \gamma = \frac{\alpha'(S)}{\sqrt{\alpha'(S)^2 + \beta'(S)^2 \cos^2 \alpha(S)}} \quad (22)$$

$$\cos \gamma = \frac{\beta'(S) \cos \alpha(S)}{\sqrt{\alpha'(S)^2 + \beta'(S)^2 \cos^2 \alpha(S)}}$$

【0 0 2 3】

(c) 3次元クロソイド補間における接続点での法線連続

3次元クロソイド補間における接続点での法線連続を達成するには式(22)より、

【数 1 4】

$$\tan \nu = \frac{\alpha'(S)}{\beta'(S) \cos \alpha(S)} \quad (23)$$

が、連続であればよいことがわかる。

【0 0 2 4】

(d) 3次元クロソイド曲線の曲率

3次元クロソイド曲線の曲率は、下記の式で表される。

【数 1 5】

$$\kappa(S) = \frac{\|P'(S) \times P''(S)\|}{\|P'(S)\|^3} = \frac{\|u(S) \times u'(S)\|}{h^3} = \frac{\|u'(S)\|}{h^2} \quad (24)$$

(19)式より、曲率は、

$$\kappa(S) = \frac{\sqrt{\alpha'^2 + \beta'^2 \cos^2 \alpha}}{h} \quad (25)$$

と表される。

【0 0 2 5】

(5) 3次元クロソイド曲線の特徴

(a) 曲線の連続性

一つのクロソイドセグメント（同一のパラメータで表わされるクロソイド）においては、その接線方向のピッチ角及びヨー角がそれぞれ曲線長変数  $S$  の 2 次式で与えられるので、これを 1 回微分して得られる法線方向、及び、2 回微分して得られる曲率が曲線長変数  $S$  に関して連続であることが保証される。言い換えれば、一つのクロソイドセグメントの中では法線方向及び曲率が連続である。したがって、滑らかな性質の良い曲線が得られる。また、二つのクロソイド曲線を連結する場合にも、そのつなぎ目において接線、法線、曲率が連続になるようにパラメータを選択することによって、滑らかなひとつなぎの曲線を作ることができる。これをクロソイドスプラインという。

【0 0 2 6】

(b) 適用性

曲線の接線方向を二つの角度（ピッチ角及びヨー角）で振ることができるので、さまざまな条件に合わせた 3 次元曲線を任意に作ることができ、いろいろな用途に用いることができる。

【0 0 2 7】

(c) 幾何曲線との整合性

直線・円弧・ねじ曲線などの幾何曲線は、クロソイドパラメータのいくつかを 0 にし、あるいは、いくつかのパラメータ間に特定の関数関係を与えることによって作ることができる。これらの曲線はクロソイド曲線の一種であり、クロソイドのフォーマットを用いて表現できる。したがって、従来の NC のように、直線・円弧・自由曲線等によって記述するフォーマットを変えて取り扱う必要はなく、同じフォーマットを用いて計算したり、制御したりできる。

また、 $\alpha$  または  $\beta$  のいずれかを常に 0 と置くことによって、2 次元クロソイドを作ることができるので、これまで 2 次元クロソイドについてすでに得られている資源を活用することができる。

すなわち、既に知られている 2 次元クロソイドを含めて、円弧や直線などの個別の曲線も、 $\alpha$  や  $\beta$  を適切に設定することで表現できる。このような個別の曲線について同一の形式 3 次元クロソイド曲線式を用いることができるので、計算手順を単純化できる。

【0 0 2 8】

(d) 見通しの良さ

スプライン補間などの従来の補間法では、自由曲線を数式化した際に、その全体の形、あるいは局部的な形が分かりにくいことが多いが、3次元クロソイドにおいては、ピッチ角及びヨー角のそれぞれを想定することによって、比較的容易に全体像を把握することができる。

また、クロソイド曲線として表現した途端に線長・接線方向・曲率等の値は既知となっており、従来の補間法のように、あらためて計算する必要がない。すなわち、曲線のパラメータSに対応して、(7)、(20)及び(26)式に示すように、曲線の接線や、法線、曲率が直接的に求められる。このことは、後述する数値制御方式にきわめて有効な特徴である。このことによって、大幅に計算時間を短縮し、メモリーなどの資源を節約することができる。また、リアルタイムでの補間演算を可能にする。

NC加工において、工具軌跡の最小曲率半径は重要な問題であり、スプライン補間などではこれを求めるのに面倒な計算を要するが、クロソイドでは一般にセグメントごとに最小曲率半径の値が既知であるため、カッター径の選定などにおいて有利である。

## 【0029】

### (e)運動制御のやりやすさ

曲線の主変数が長さsまたは正規化された長さSであり、曲線の方程式はこの長さに対する自然方程式で与えられている。このため、長さsを時間tの関数として定めることによって、加減速などの運動特性を任意に与えることができ、従来カムなどに用いられてきた特性の良い運動曲線を採用することによって、加工作業の高速化を図ることができる。長さsは実在のカルテシアン空間における値として与えられ、速度・加速度は接線方向に対して求められるので、従来の補間法のように各軸ごとに与えられた値を合成する必要がない。また、曲率の計算が容易なため、運動時の遠心加速度も容易に求められ、運動軌跡に応じた制御を行うことができる。

## 【0030】

### (6)曲線の生成と各パラメータの性質

定義によれば3次元クロソイド曲線の各パラメータが曲線に及ぼす影響は以下のとおりである。各パラメータを与えることによって図3のように3次元クロソイド曲線を生成することができる。またこの場合の曲線の曲線長変数Sと曲率 $\kappa$ の関係は図4のようになり、3次元クロソイド曲線は曲線長変数と曲率とが比例する3次元曲線を表現することが可能であることがわかる。

## 【0031】

表1は、3次元クロソイド曲線の各パラメータの性質をまとめたものである。

## 【0032】

【表1】

$\alpha = (const)$	$\beta = b_0 + b_1 S_2$	$\kappa = (const)$
	$\beta = b_0 + b_1 S + b_2 S^2$	$\kappa \propto S$
$\alpha = a_0 + a_1 S$	$\beta = (const)$	$\kappa = (const)$
$\alpha = a_0 + a_1 S + a_2 S^2$		$\kappa \propto S$
$h \Rightarrow$ 曲線の拡大・縮小		
$P0 \Rightarrow$ 曲線の平行移動		

## 【0033】

3次元クロソイド曲線では、曲線のパラメータSに対する曲率の変化を予測しやすく、単純な変化に制御することが容易である。例えば、以下のように整理できる。

- ・ $\alpha$ が定数で $\beta$ の2次の項がなければ、曲率は一定値である。
- ・ $\alpha$ が定数で $\beta$ の2次の項があれば、曲率は始点からの距離に比例である。
- ・ $\beta$ が定数で $\alpha$ の2次の項がなければ、曲率は一定値である。
- ・ $\beta$ が定数で $\alpha$ の2次の項があれば、曲率は始点からの距離に比例である。

このような性質は、運動制御などに有効に利用される。

【 0 0 3 4 】

## 2. 3次元クロソイド曲線による補間法

### (1) 滑らかな接線の数学的条件

1本の3次元クロソイド曲線では、曲線の形状表現に限界がある。ここでは、数値制御による工具の運動制御を主な目的として、3次元クロソイド曲線（3次元クロソイドセグメント）を複数本接続し、この複数本の3次元クロソイドセグメントによって工具の運動を制御する。

2本の3次元クロソイド曲線がその端点で滑らかに接続されていることは、端点位置、接線および曲率が連続に接続されていることであると定義される。上述の定義式を用いて、この条件は、以下のように記述される。最初の3式は位置の連続性、次の2式は接線の連続性、次の1式は法線の一致、最後の式は曲率の連続性を示している。

【数 1 6】

$$\begin{aligned} Px_i(1) &= Px_{i+1}(0) \\ Py_i(1) &= Py_{i+1}(0) \\ Pz_i(1) &= Pz_{i+1}(0) \\ \alpha_i(1) &= \alpha_{i+1}(0) \\ \beta_i(1) &= \beta_{i+1}(0) \\ \tan \nu_i(1) &= \tan \nu_{i+1}(0) \\ \kappa_i(1) &= \kappa_{i+1}(0) \end{aligned} \quad (26)$$

これは、接続点で接線ベクトルと法線ベクトル、曲率と $\alpha$ 、 $\beta$ 連続であるための十分条件であり、条件がきつすぎる場合がある。そこで純粋に条件を満たすように下記のように条件を変えることもできる。

【数 1 7】

$$\begin{aligned} Px_i(1) &= Px_{i+1}(0) \\ Py_i(1) &= Py_{i+1}(0) \\ Pz_i(1) &= Pz_{i+1}(0) \\ \cos[\alpha_i(1) - \alpha_{i+1}(0)] &= 1 \\ \cos[\beta_i(1) - \beta_{i+1}(0)] &= 1 \\ \tan \nu_i(1) &= \tan \nu_{i+1}(0) \\ \kappa_i(1) &= \kappa_{i+1}(0) \end{aligned} \quad (27)$$

ここでさらに、

$$\cos[\alpha_i(1) - \alpha_{i+1}(0)] = 1$$

であることを考慮にいと

$$\tan \nu_i(1) = \tan \nu_{i+1}(0)$$

は、下記の条件で置き換えられる。

$$\begin{aligned} \tan \nu_i(1) &= \tan \nu_{i+1}(0) \\ \frac{\alpha'_i(1)}{\beta'_i(1) \cos \alpha_i(1)} &= \frac{\alpha'_{i+1}(0)}{\beta'_{i+1}(0) \cos \alpha_{i+1}(0)} \\ \therefore \alpha'_i(1) \beta'_{i+1}(0) &= \alpha'_{i+1}(0) \beta'_i(1) \end{aligned}$$

結局下記の条件を満たせば目的を達成することが出来ることがわかる。

$$\begin{aligned}
Px_i(1) &= Px_{i+1}(0) \\
Py_i(1) &= Py_{i+1}(0) \\
Pz_i(1) &= Pz_{i+1}(0) \\
\cos[\alpha_i(1) - \alpha_{i+1}(0)] &= 1 \\
\cos[\beta_i(1) - \beta_{i+1}(0)] &= 1 \\
\alpha_i(1)\beta_{i+1}(0) &= \alpha_{i+1}(0)\beta_i(1) \\
\kappa_i(1) &= \kappa_{i+1}(0)
\end{aligned} \tag{28}$$

## 【0 0 3 5】

## (2) 具体的な計算手順

次の2種類の計算手順がある。

(a) 曲線のパラメータ  $h, \alpha, \beta$  を与えて、1本の3次元クロソイド曲線を発生させ、その端点で、(28)式を満たすように次の3次元クロソイド曲線のパラメータを定める。このようにして、次々と滑らかに接続する3次元クロソイド曲線を発生させることができる。この計算手順によれば、曲線パラメータの算出は容易であり、これを順解と呼ぶ。この方式によれば、様々な形状の曲線を容易に発生できるが、曲線が通過する接続点を明示的に指定することはできない。

## 【0 0 3 6】

(b) 予め指定された点群が曲線の接続点となるように、3次元クロソイド曲線を接続することが出来る。ここでは、離散的に任意に与えられた点列の各区間毎に短いクロソイド曲線(クロソイドセグメント)を作成する。この場合には、(28)式を満たすように曲線パラメータを決定する計算手順は(a)より複雑であり、繰り返し収束計算となる。この計算手順を、接続条件から逆に曲線パラメータを決定する、ということから、逆解と呼ぶ。

上記(b)の逆解について、計算手法を詳細に記述する。解くべき計算問題は、次のように定式化される。

未知パラメータ：曲線パラメータ

拘束条件：(28)式、あるいはその一部

要求される問題に応じて、拘束条件の数は変化し、それに見合う数の曲線パラメータを未知パラメータとして設定すればよい。例えば、曲率の連続性が要求されない場合には、一部の曲線パラメータを自由に動かすことが出来る。あるいは、曲率連続でかつ接線方向が指定されている場合には、補間に用いる3次元クロソイド曲線の数分割により増やして、対応する未知曲線パラメータを増やす必要がある。

上記の繰り返し収束計算を安定に収束させるためには、計算上の工夫が必要である。計算の発散を避け、収束を速めるために、未知パラメータについてより良い初期値を設定することは有効である。そのために、与えられた接続点などの拘束条件を満たす、より単純な補間曲線、例えば線形スプライン曲線などを発生させ、その曲線形状から、3次元クロソイド曲線の曲線パラメータを推算して、繰り返し収束計算の初期値とすることは有効である。

あるいは、満たすべき拘束条件を一気に満たすのではなく、順次条件式を増やしていく方式も、安定に解を得る手法として有効である。例えば、曲線発生の手順を次のような三つのSTEPに分けて、順次実行する。第1STEPとして位置情報と接線方向が一致するように補間した後で、第2STEPとして法線方向を一致するように補間を行い、第3STEPで曲率も一致するように補間する。この手法の流れの概要を図5に記す。必要な3次元クロソイド曲線式及びその接線、法線や曲率の定義式は既に示した。

## (3) 具体的な計算例

ここでは、自由な点列間を位置、接線方向、法線方向、曲率について連続な形で3次元クロソイド曲線を用いて結んでいくことで補間を行う。これにより、目的である始点から

の移動距離と曲率の関係が明確である補間が実現できる。

補間では、まず点列から各未知数の初期値を決定する必要があるが、本研究ではLiらの3D Discrete Clothoid Splinesの多角形Qの単純形である補間対象点列間に頂点を2つもつものを生成し、この多角形Qからその初期値を算出し、決定した。

ここで3D Discrete Clothoid Splinesについて説明する。まず、補間対象の点列を頂点とする多角形Pを作り、Pの各頂点間に同じ数r個ずつ新たな頂点を挿入し、 $P \subset Q$ となるような多角形Qを作る。ここでPの頂点がn個あるとすると、ポリゴンQは閉じている場合でr n個、開いている場合でr (n-1) + 1個の頂点を持つことになる。以後サブスクリプトを始点からの通し番号として、各頂点を $q_i$ で表すことにする。また、各頂点において、方向として従法線ベクトルbを、大きさとして曲率 $\kappa$ を持つようなベクトルkを定める。このとき、下記の式(29)を満たし、式(30)の関数を最小化するポリゴンQを3D Discrete Clothoid Splinesと言う。

【数 1 9】

$$|q_{i-1}q_i| = |q_{i+1}q_i|, \quad (q_i \notin P) \quad (29)$$

$$\sum_{i=1}^{r-1} \|\Delta^2 k_{ir+1}\|^2, \quad i = \{0 \dots n-1\}, \quad \Delta^2 k_i = k_{i-1} - 2k_i + k_{i+1} \quad (30)$$

3次元クロソイド補間のための初期値は、 $r = 3$ の3D Discrete Clothoid SplinesのポリゴンQを作り、そこから計算で決定する。最初にパラメータ $a_0, b_0$ について式(31)で決まる単位接線方向ベクトルtより求める。

【数 2 0】

$$t_n = \frac{q_{n+1} - q_n}{|q_{n+1} - q_n|} \quad (31)$$

この接線方向ベクトルtはポリゴンQを求めたときにすでに既知となっており、このtと式(7)とにより各曲線の $a_0, b_0$ が求まる。このときポリゴンPの頂点でないポリゴンQについても $a_0, b_0$ を求めておく。

ここで、3D Discrete Clothoid Splinesの定義の式(29)と3次元クロソイド曲線の $\alpha$ の式(8)とあわせて考慮すると下記の式(32)が成り立つ。

【数 2 1】

$$\begin{cases} a_0 q_{3i} + \frac{1}{3} a_1 q_{3i} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 a_2 q_{3i} = a_0 q_{3i+1} \\ a_0 q_{3i} + \frac{2}{3} a_1 q_{3i} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 a_2 q_{3i} = a_0 q_{3(i+1)-1} \end{cases} \quad (32)$$

この式は未知数が $a_1 q_{3i}$ と $a_2 q_{3i}$ の次元連立方程式になっており、これを解いてパラメータ $a_1, a_2$ の初期値とする。同様にパラメータ $b_1, b_2$ の初期値も決定できる。

hは、3次元クロソイド曲線の曲率の式より算出する。3次元クロソイド曲線の曲率は、式(33)で表されるので、



## 【数 2 2】

$$\kappa = \frac{\sqrt{\alpha'^2 + \beta'^2 \cos^2 \alpha}}{h} \quad (33)$$

この式を変形すると式(34)になり、 $h$ の初期値が決定される。

$$h_{3i} = \frac{\sqrt{(a1_{3i} + 2a2_{3i})^2 + (b1_{3i} + 2b2_{3i})^2 \cos^2(a0_{3i} + a1_{3i} + a2_{3i})}}{\|k_{3(i+1)}\|} \quad (34)$$

以上の方法で決定した初期値を用いて接線及び曲率が連続となるような条件下で各曲線のパラメータの初期値をニュートン・ラブソン法によって求める。これによって得られたパラメータから3次元クロソイド曲線を生成し、点列間を3次元クロソイド曲線で補間する。補間例を図6及び図7に示す。

### 【0 0 3 7】

#### 3. 3次元クロソイド補間を用いた数値制御方式

上記の3次元クロソイド補間曲線は、工作機械の工具やその他の運動対象物の運動制御のための数値制御情報の発生に有効に用いられる。その特徴は、速度制御が容易なこと、及び、速度変化を滑らかにすることが可能なことである。

### 【0 0 3 8】

#### (1) 3次元クロソイド補間を用いた数値制御方式

3次元クロソイド補間曲線を用いた数値制御方式は、図8に示される次の手順からなる。

### 【0 0 3 9】

#### (a) 工具運動軌跡の設計 (図8、S1)

前節に述べた手法により、条件を満たす3次元クロソイド補間曲線を決定する。ロボット等の工具が動くとき、その工具の代表点(工具点、tool center point)は平面的あるいは空間的に描かれた連続な軌跡曲線(直線を含む)の上を時間的に移動すると考えることができる。工具点の位置は、座標( $x$ 、 $y$ 、 $z$ )で表され、工具点の姿勢は、例えば $x$ 、 $y$ 、 $z$ 軸に対する回転角度で表される。どのような複雑な動きでも、工具点の軌跡は途切れ途切れになることなく、連続的に繋がっている。運動制御の第1段階は、この軌跡の形状を、3次元クロソイド曲線に設計することにある。

### 【0 0 4 0】

#### (b) 運動曲線の当てはめ (図8、S2)

数値制御からの要求により、3次元クロソイド補間曲線に沿って、曲線上の制御対象点の移動速度の分布を指定する。すなわち、運動制御の第2段階は、設計された軌跡上を動く工具点の速度・加速度を決定することである。軌跡上を工具点がどのような時間の関数として動くかは、工具点の速度・加速度を決定することで定められる。工具点の速度・加速度は、時間に対して決定される場合と、軌跡の形状に付随して決定される場合がある。一般的には時間に対して決定される場合が多いが、例えば曲面加工をする場合、平らな部分では高速で移動させ、曲がっている部分では低速で移動させたいという要請から、軌跡の形状に付随して速度が決定される。

本実施形態においては、例えばカム機構に採用されている特性の良い曲線を採用する。カルテシアン空間(実在空間)で定義された位置・姿勢は連続した曲線群を構成しているが、その一つ一つの曲線に運動曲線を当てはめ、加減速を指定する。カルテシアン空間とは、原点で互いに直交する $x$ 、 $y$ 、 $z$ の3軸を用いてつくられる3次元座標系であり、工具点の位置のみならず姿勢も表すことができる。

### 【0 0 4 1】

#### (c) 時分割 (図8、S3) 及びカルテシアン座標系による工具の位置・姿勢の計算 (図

8、S 4)

ここでは、数値制御情報を計算する単位時間ごとに、制御対象の指定された移動速度に従って、工具点の移動位置及び姿勢を算出する。軌跡と運動が確定したので、工具点の位置・姿勢が時間  $t$  の関数として与えられたことになる。これにより、時間  $t$  を微小時間間隔で与えたとき、それぞれの時刻に対する工具点の変位を求めることができる。(c)の計算は、具体的には以下のように行なわれる。現在点においては、位置情報や接線、曲率などの値がわかっている。指定された移動速度に単位時間を乗ずれば、単位時間中の移動曲線長がわかり、これにより移動後の曲線長パラメータが計算できる。この移動後の曲線長パラメータにより、移動後の点における位置情報や接線、曲率などの値を計算することが出来る。

以上の手続きによって、カルテシアン座標系（実在空間）における時間  $t$  に対する工具点の位置と姿勢が計算される。変数としては、3次元では（ $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $\lambda$ 、 $\mu$ 、 $\nu$ 、 $\theta$ ）となる。ただし、（ $\lambda$ 、 $\mu$ 、 $\nu$ 、 $\theta$ ）は姿勢  $E$  を等価回転で表したもので（ $\lambda$ 、 $\mu$ 、 $\nu$ ）は等価回転の軸を、 $\theta$  は回転角を示す。

また、数値制御からの要求により、3次元クロソイド補間曲線に沿って、法線方向へ指定寸法だけオフセットしたオフセット点を求めて、これをカッターパス（工具中心の軌跡）とする。この計算も、法線方向が求まっているので、容易である。

#### 【0042】

##### (d) 逆機構解（図8、S5）

次に、上記の工具点の位置・姿勢を与えるために必要な各軸の回転角を求める。この過程は一般に逆機構解（inverse kinematics）と呼ばれている。例えば6軸のロボットがあるとすると、関節が6つあるので、肩の関節、腕の関節、ひじの関節、手首の関節等が何度回転したかで工具点の位置・姿勢が決まる。これが順機構解と呼ばれる。逆機構解は、これとは反対に実在の空間の位置・姿勢から軸空間の回転角  $\theta_1 \sim \theta_6$  を求めるものである。

各軸のアクチュエータは回転モータであるとは限らず、リニアモータ等の直動アクチュエータである場合もあるが、その場合でも最低限度実変位をリニアモータの入力パルス数に変換する電子ギアの計算が必要となる。逆機構解は、ロボット等の機構の型ごとに固有なので、種々のロボット等について個別に解を用意しておく。

#### 【0043】

##### (e) 軸座標系による各軸モータ変位の計算（図8、S6）

時分割された各工具点につき逆機構解を求め、これを各軸モータ（直動アクチュエータを含む）の変位パルスとして整数化する。パルス制御でない場合には、各軸変位の最少分解単位（分解能）を用いて、パルス数相当の整数化されたデータとして求める。

上記、(a) 及び (b) は準備的な手順であり、一度だけ行なわれる。(c) ～ (e) は、指定された単位時間ごとに実行され、目的時間あるいは目的の条件を満たすまで続行される。

上記の全ての計算を、数値制御装置の中で行うことも可能であり、あるいは、(a) 及び (b) を別のコンピュータ（計算機）により計算及び設定しておき、その曲線パラメータなどを数値制御装置に送り込み、(c) ～ (e) の計算を数値制御装置内で行うこともできる。

#### 【0044】

##### (2) NC装置とCNC装置

以下、独立の数値制御装置（NC装置）を使用する場合と、プログラマの役割を持ったコンピュータとNC装置とが一体化されたCNC装置を使用する場合について説明する。

#### 【0045】

##### (a) 独立のNC装置を用いる場合

従来の通常のNC機械では、プログラミングを行ってNCデータを作成するプログラマと、このNCデータを用いて機械装置を動かすNC装置との二つの装置にハードウェアが分離されている。それに対して、最近のCNC機械では、プログラミングを行うコンピュ

ータはNC装置に内蔵されて、一体化されたものとなっている。

まず、前者の、独立のNC装置を用いる場合について、3次元クロソイドによる数値制御方式を提案する。この場合、クロソイドデータの受け渡しにはクロソイドパラメータを用いるものとし、Gコードの中にクロソイドのフォーマットを定義する。これは例えば、次のようなものである。

**G\*\*\***

A0, A1, A2, B0, B1, B2, H

ここで、**G\*\*\***はGコードの番号を示す。A0～Hは3次元クロソイドセグメントの7つのパラメータを示す。このコードを実行する前に、工具は $P_0$ の位置に来ている。NC装置ではこのパラメータを用いて、瞬時の工具位置または工具位置の差分を計算して実行する。この操作を「順解」という。順解をNC装置側で行う理由はデータの大量化を防ぐ目的からであるが、そのためにNC装置では、ある種の演算を必要とする。Gコードでクロソイドを表現することによって、既設のNC装置にクロソイド曲線を組み込むことが可能となる。

【0046】

(b) CNC方式

プログラムの役割を持ったコンピュータとNC装置との一体化されたCNC装置の場合について述べる。この場合、クロソイドに関する計算がどの部分のハードで行われるかは問題にならない。また、データの量や転送のスピードも解決されつつある。

一般に、このプログラマには、それぞれの条件に適したクロソイドのパラメータを決定する過程が含まれる。これを「逆解」という。逆解の中には、例えば、いくつかの離散的な点列を与えて、これらの点を厳密に通る滑らかな曲線を計算するプログラム（自由点列補間）も含まれる。また、加工上必要となる工具軌跡の決定プログラム（いわゆるCAM）も含まれることが多い。

【0047】

(3) 3次元クロソイド補間を用いた数値制御方式の特徴

3次元クロソイド補間を用いた数値制御方式には、次のような利点がある。

【0048】

(a) 上記のように、曲線が基準点からの曲線長を独立パラメータとして表現されているので、指定された移動速度に対応する数値制御情報を生成することが出来る。曲線長とは無関係な独立パラメータにより表現されているスプライン曲線などの他の曲線では、移動後の点が算出できても、その点に対応する独立パラメータの値を算出することが困難であり、指定された移動速度に対応する数値制御情報を生成することが容易ではない。

これを詳述するに、図9に示されるように、スプライン曲線 $R(t)$ で表現される軌跡上の点 $R_0$ から工具をある線速度で運動させる場合を考える。一定時間間隔毎に工具の目標点を算出するとき、単位時間経過後の工具の移動量 $\Delta S$ はわかるが、独立変数 $t$ は時間とか曲線長とかに関係するものではないので、独立変数の変化量 $\Delta t$ は直ちには求めることはできない。 $R_0 + \Delta S = R(t_0 + \Delta t)$ の式を解いて $\Delta t$ を求めなければ、目標点を算出することができないので、一定時間間隔毎にこの計算を繰り返さなければならないことになる。

【0049】

(b) 3次元クロソイド曲線では、曲線長に対する曲率の変化の仕方が、近似的に一定であることが期待され、これに対応する数値制御情報は、運動制御の観点から、力学的に無理の少ない制御情報となることが期待される。一般のスプライン補間などでは、曲率変化を予測・制御することは困難である。

【0050】

(c) 3次元クロソイド曲線は、その特殊な場合として、直線、円弧、螺旋曲線などを含んでおり、個別の曲線式を組み込むことなく、多様な曲線に対する数値制御情報を厳密に表現することが出来る。

【0051】

(d) 3次元クロソイド曲線は座標軸のとり方によらない自然方程式である。 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 軸で曲線が表される従来のNC装置では、例えばワークを斜めに傾けて加工するときに、ワークの取り付け方によっては、斜めの面を加工しやすかったり、加工しにくかったりすることがある。3次元クロソイド曲線では、曲線が線長によって与えられるので、斜めの面を加工する場合でも、斜めの面上に軌跡を作成すれば、水平面を加工するのと同様に加工できる。

【産業上の利用可能性】

【0052】

本発明の3次元クロソイド曲線によれば、工業製品の設計生産に必要な空間曲線の汎用的な発生方法を提供することができる。空間曲線に沿って物体が加減速を伴って運動する場合に、拘束力変化が滑らかな設計を可能とする。この特徴は、数値制御装置に広く応用される。数値制御装置以外にも、曲線長に対して曲率の変化を適切に設計できることにより、審美的な意匠曲線設計など、様々な産業分野に有効に適用される。

【図面の簡単な説明】

【0053】

【図1】  $x$ 、 $y$ 座標上の2次元クロソイド曲線を示す図。

【図2】 2次元クロソイド曲線を示す図。

【図3】 3次元クロソイド曲線の $\alpha$ 、 $\beta$ の定義を示す図。

【図4】 曲線長変数と曲率との関係を示すグラフ。

【図5】 補間方法を示す工程図。

【図6】 3次元クロソイド補間曲線の例（曲線に垂直な線は、局所的な曲率半径を対数で表示したもの）。

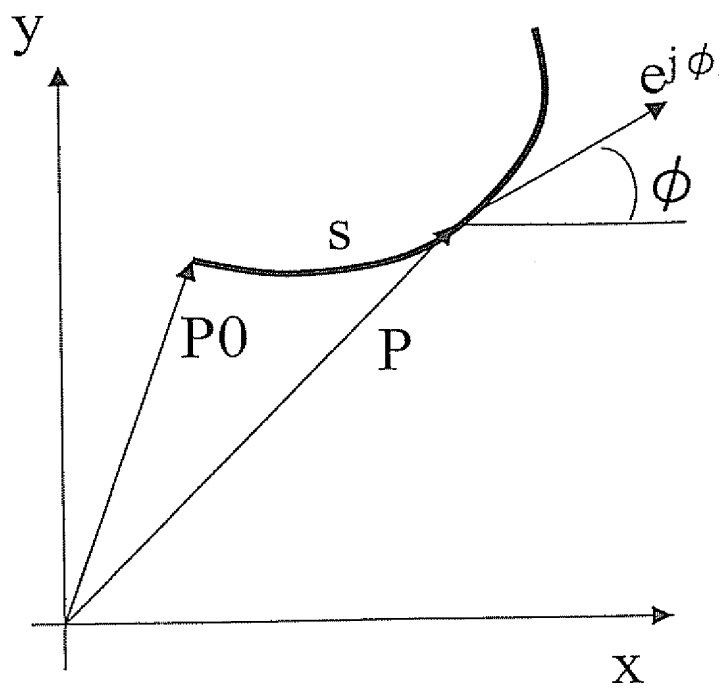
【図7】 3次元クロソイド補間曲線の始点からの曲線長と曲率の関係を示したグラフ。

【図8】 数値制御方法を示す工程図。

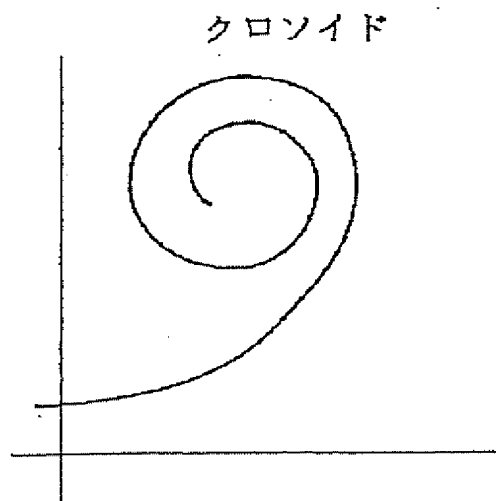
【図9】 従来のスプライン曲線を示す比較図。

【書類名】 図面

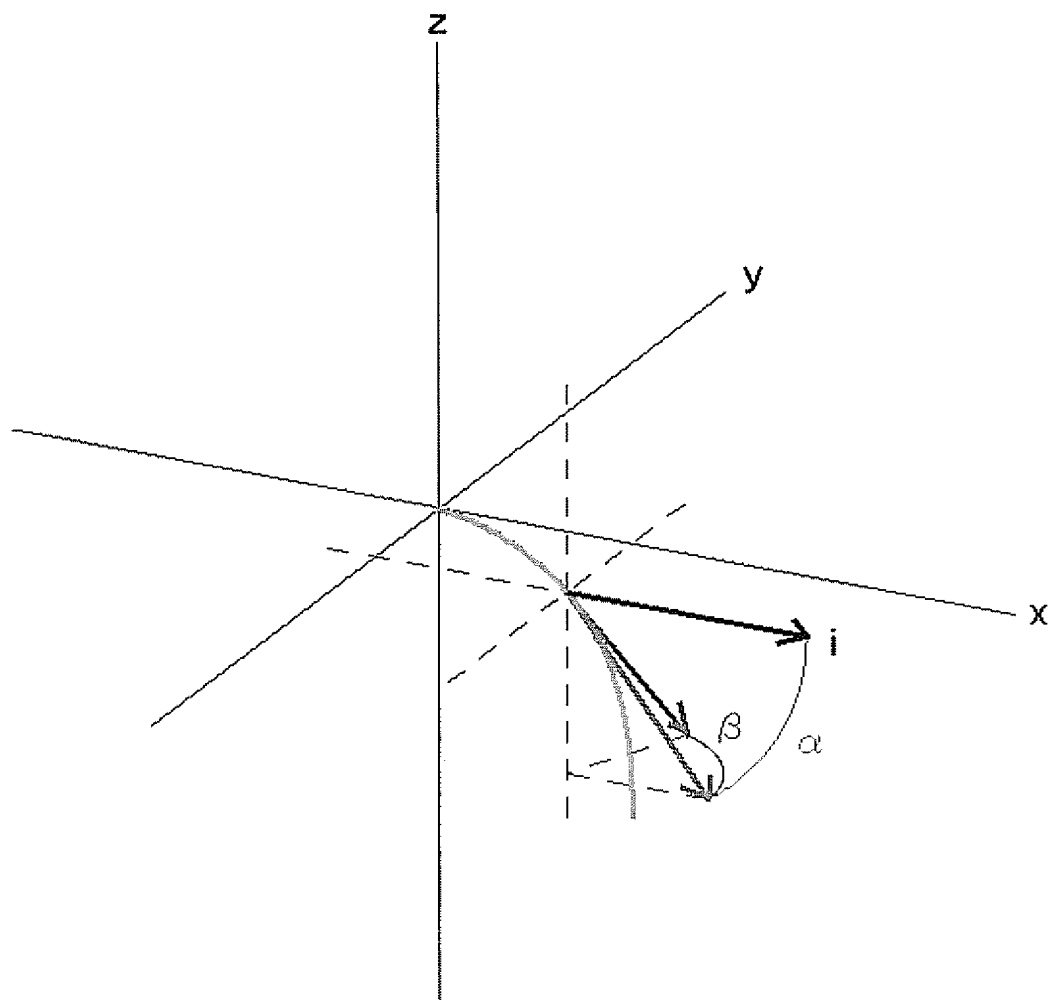
【図 1】



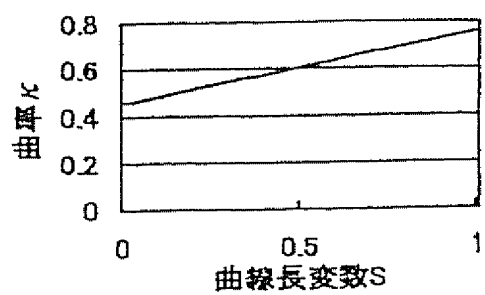
【図 2】



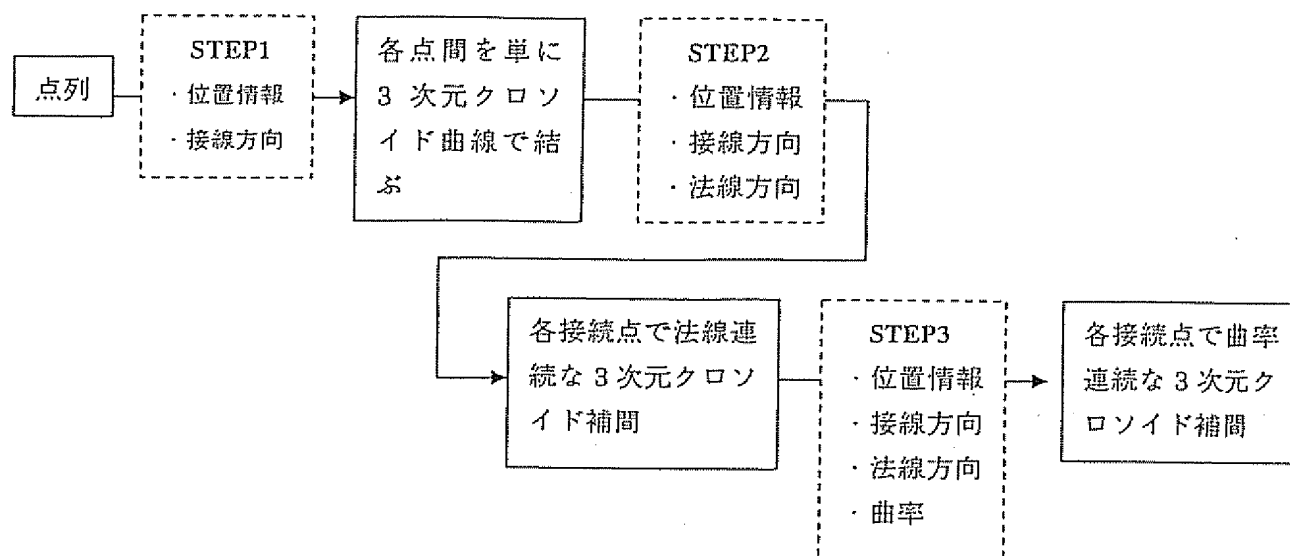
【図 3】



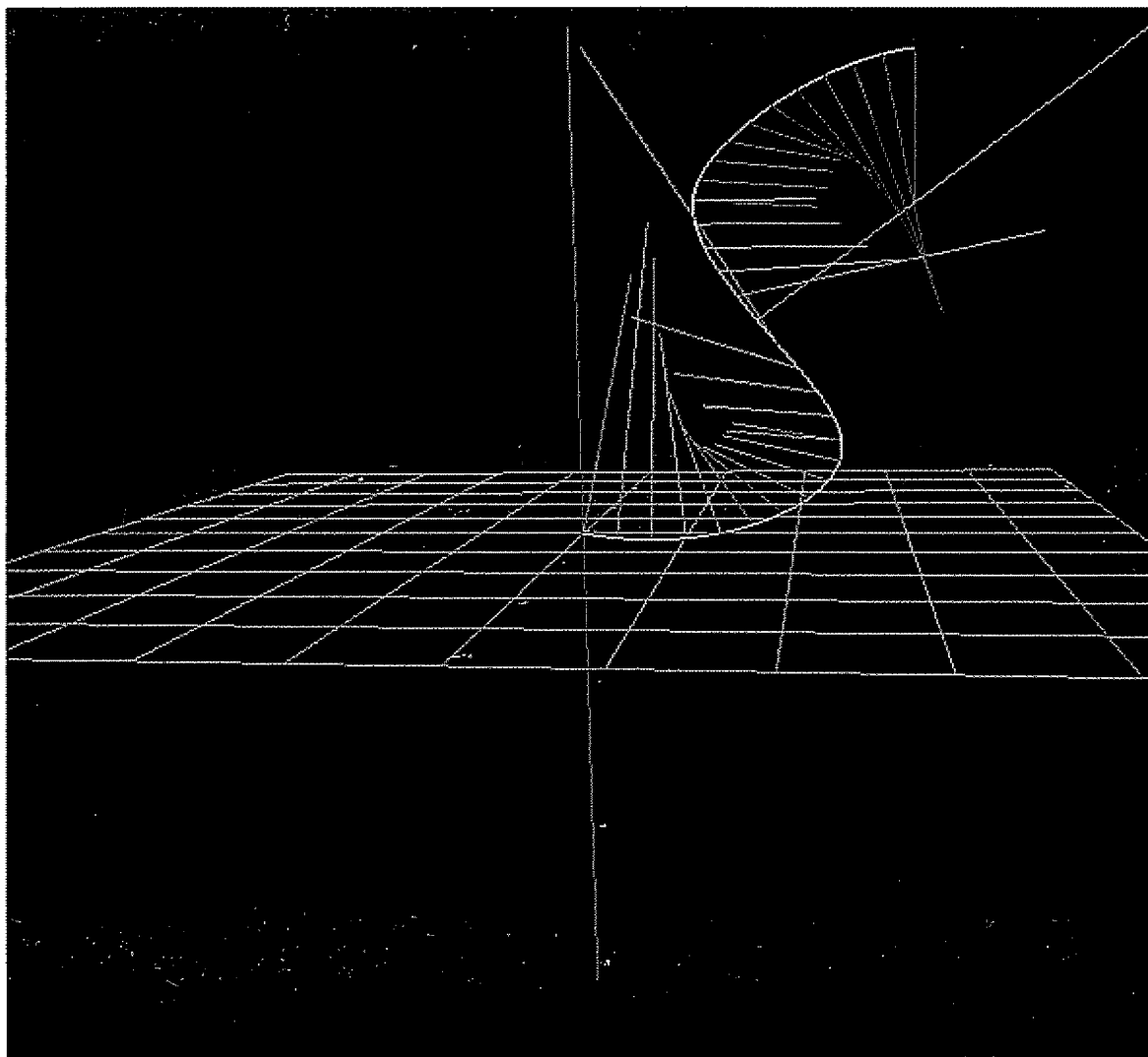
【図 4】



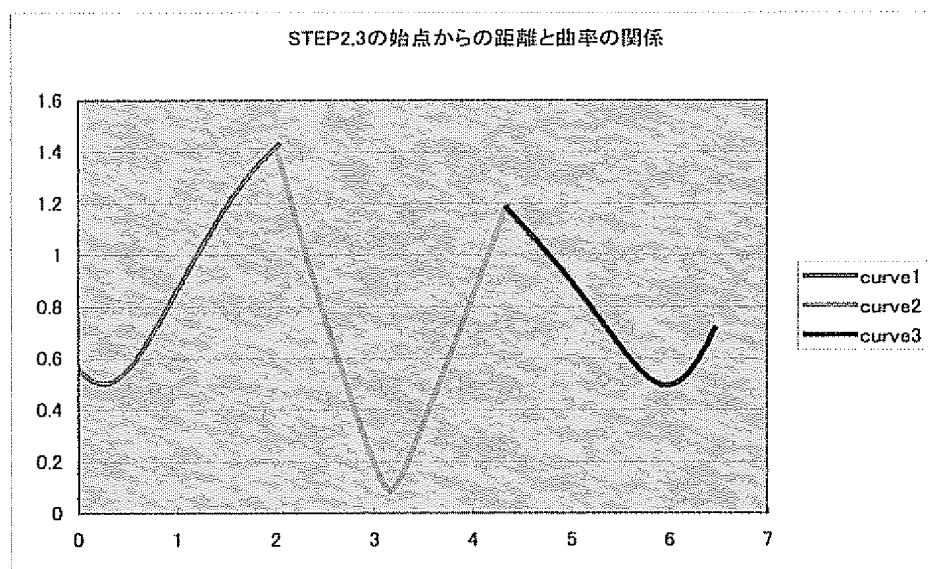
【図 5】



【図 6】

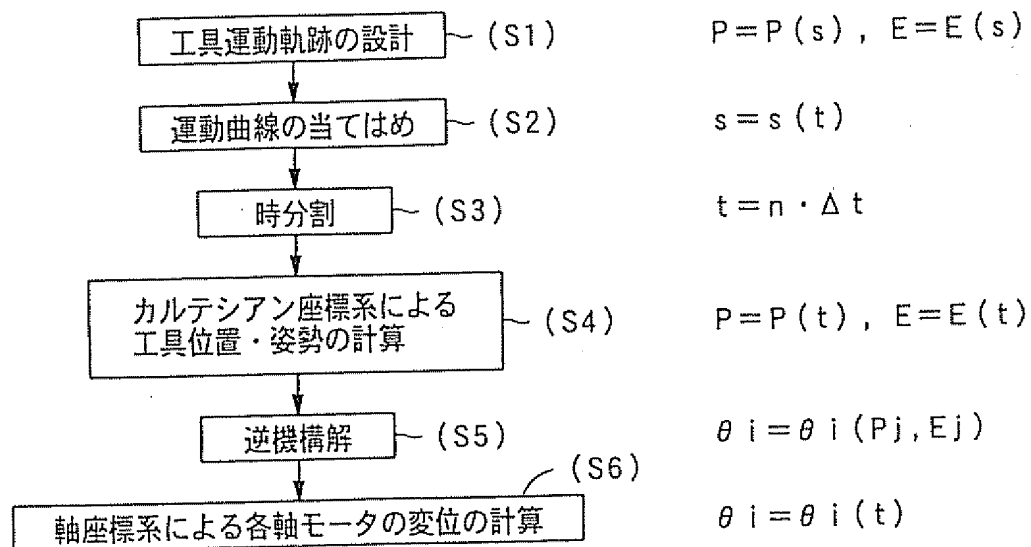


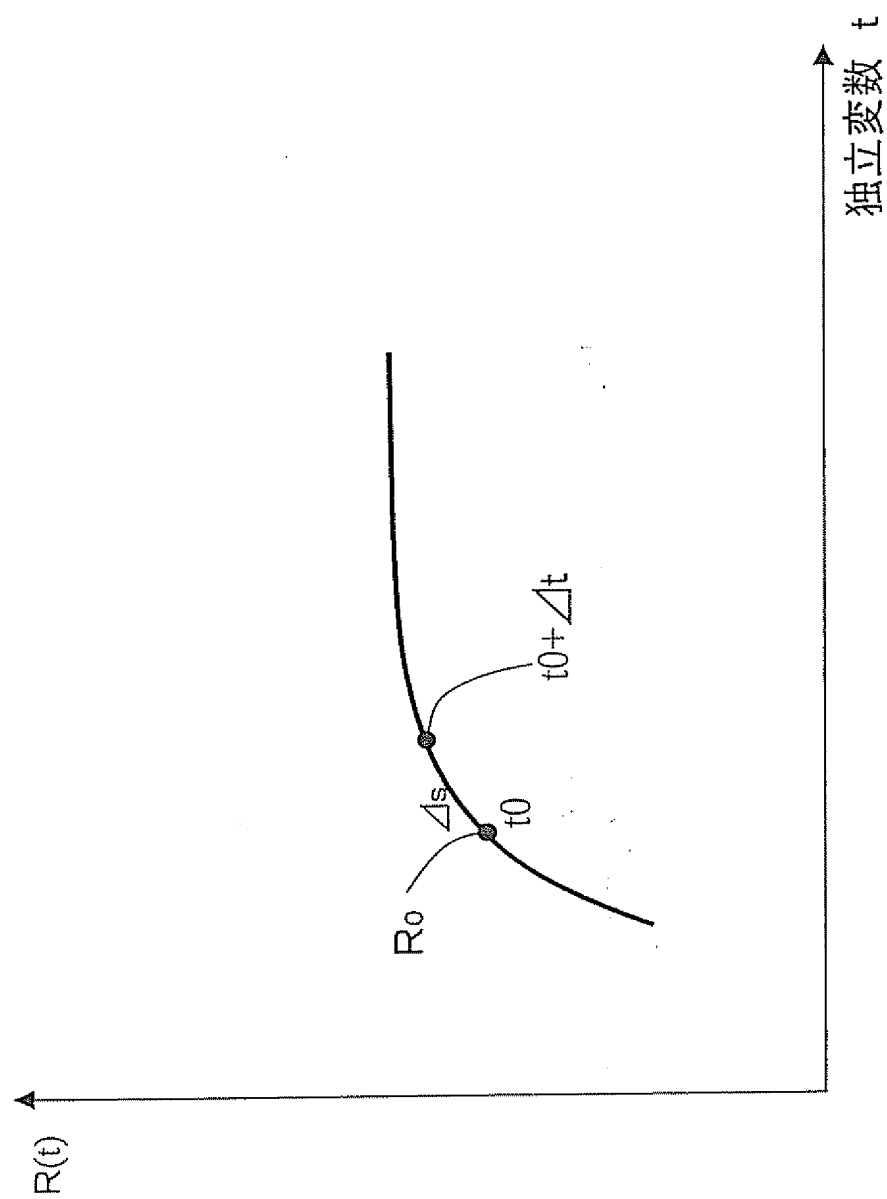
【図 7】





【図 8】





【書類名】 要約書

【要約】

【課題】 工具の運動を数値制御するために、独立変数に対する曲率変化パターンが単純な２次元クロソイド曲線の特性をできるだけ引き継ぐ新たな３次元クロソイド曲線の定義式を提供する。

【解決手段】 本発明の数値制御方法は、接線方向のピッチ角およびヨー角のそれぞれが曲線長または曲線長変数の二次式で与えられる３次元曲線（３次元クロソイド曲線という）を用いて工具軌跡またはワークの輪郭形状を表現し、この３次元曲線によって工具の運動を制御する。

【選択図】 図３

## 出願人履歴

3 9 0 0 2 9 8 0 5

20021112

名称変更

東京都品川区西五反田3丁目11番6号

T H K 株式会社